

Formulaire des principaux tests paramétriques

I. Tests d'hypothèses simples (comparaison à une valeur de référence), au seuil α (Exemples donnés pour test bilatéral, à adapter si besoin pour test unilatéral)

Test	Hyp.	Statistique de test	Loi	Décision
Espérance d'une loi normale, variance connue	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z \sim N(0, 1)$	On lit la valeur critique C_α dans la table appropriée. Si $ Z \geq C_\alpha$, on rejette H_0 Si $ Z < C_\alpha$, on accepte H_0 .
Espérance d'une loi normale, variance inconnue	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$, avec $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$	$T \sim St(n-1)$	On lit la valeur critique C_α dans la table appropriée. Si $ T \geq C_\alpha$, on rejette H_0 Si $ T < C_\alpha$, on accepte H_0 .
Variance d'une loi normale, espérance connue (rare !!)	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$K = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2}$, avec $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$	$K \sim \chi^2(n)$ NB : loi non symétrique !	On lit la valeur critique C_α dans la table appropriée. Si $K \geq C_\alpha$, on rejette H_0 Si $K < C_\alpha$, on accepte H_0 .
Variance d'une loi normale, espérance inconnue	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$K = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ avec $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$	$K \sim \chi^2(n-1)$ NB : loi non symétrique !	On lit la valeur critique C_α dans la table appropriée. Si $K \geq C_\alpha$, on rejette H_0 Si $K < C_\alpha$, on accepte H_0 .
Proportion (pour n réalisations indépendantes d'une V.A. $B(1, p)$)	$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$Z \sim N(0, 1)$	On lit la valeur critique C_α dans la table appropriée. Si $ Z \geq C_\alpha$, on rejette H_0 Si $ Z < C_\alpha$, on accepte H_0 .

II. Test de comparaisons de valeurs entre deux populations indépendantes (Exemple donné pour test bilatéral, à adapter si besoin pour test unilatéral)

Comparaison	Hyp.	Statistique de test	Loi	Décision
Espérances de lois normales, variances connues	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$Z \sim N(0, 1)$	Si $ Z \geq C_\alpha$, rejeter H_0 Si $ Z < C_\alpha$, accepter H_0 .
Espérances de lois normales, variances inconnues égales ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ avec}$ $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ $= \frac{n_1 \hat{\sigma}_1^2 + n_2 \hat{\sigma}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$T \sim St(n_1 + n_2 - 2)$	Si $ T \geq C_\alpha$, rejet de H_0 Si $ T < C_\alpha$, accepter H_0 .
Espérances de lois normales, variances inconnues	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1 - 1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2 - 1}}}$	$T \sim St(\nu)$ où ν est l'entier le + proche de $\left(\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1 - 1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2 - 1} \right)^2$ $\frac{\hat{\sigma}_1^4}{(n_1 - 1)n_1^2} + \frac{\hat{\sigma}_2^4}{(n_2 - 1)n_2^2}$	Si $ T \geq C_\alpha$, rejet de H_0 Si $ T < C_\alpha$, accepter H_0 .
Espérances de lois quelconques, variances inconnues	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1 - 1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2 - 1}}}$	$Z \sim N(0, 1)$ en approximation	Si $ Z \geq C_\alpha$, rejet de H_0 Si $ Z < C_\alpha$, accepter H_0 .
Variances de lois normales, espérance inconnue	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \text{ avec } S_1^2 > S_2^2$ <u>NB</u> : si $S_2^2 > S_1^2$, on prend $F = S_2^2/S_1^2$ pour avoir $F > 1$. Prendre $(n_2 - 1, n_1 - 1)$ comme d.d.l. dans la loi de Fisher.	$F \sim \text{Fisher } \mathfrak{F}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ <u>NB</u> : densité non nulle si $F \geq 0$, mais nulle si $F < 0$.	Trouver C_α dans la table de Fisher pour α . Si $F \geq C_\alpha$ rejeter H_0 Si $F < C_\alpha$ accepter H_0 . <u>NB</u> : attention, ce test est bilatéral mais se lit ici comme unilatéral !
Proportions, pour caractère $B(1, p)$ observé dans deux populations indépendantes.	$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 \neq p_2$	$Z = \frac{n_{p1} - \frac{n_p \times n_1}{n}}{\sqrt{\frac{n_1 \times n_2 \times n_p \times n_{(1-p)}}{n^2(n-1)}}}$ n_1 = taille de l'échantillon 1 n_2 = taille de l'échantillon 2 $n = n_1 + n_2$ n_{p1} = nombre de succès dans l'échantillon 1 n_p = nombre total de succès dans les deux échantillons $n_{(1-p)}$ = nombre total d'échecs dans les deux échantillons	$Z \sim N(0, 1)$	Si $ Z \geq C_\alpha$ rejet de H_0 Si $ Z < C_\alpha$ accepter H_0 .